

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER - BISKRA

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

FILIÈRE : ÉLECTROTECHNIQUE

OPTION : COMMANDE ELECTRIQUE

ref:



Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme de master en génie électrique

Estimation d'états des systèmes représentés par les multi-modèles de Takagi-Sugeno

Réalisé par: Mohamed Tayeb BOUSSABEUR

Soutenue publiquement le :24/06/2018

Devant le jury composé de:

Messaoud MOHAMMEDI	MCB	Université de Biskra	Examineur
Mohamed Yacine HAMMOUDI	MCB	Université de Biskra	Rapporteur
Khaled YAHIA	MCA	Université de Biskra	Président

Année Universitaire 2017/2018

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER - BISKRA

FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

FILIÈRE : ÉLECTROTECHNIQUE

OPTION : **Commande Electrique**



Mémoire de Fin d'Études

En vue de l'obtention du diplôme:

Master(LMD)

Thème

***Estimation d'états des systèmes représentés par les
multi-modèles de Takagi-Sugeno***

Présenté par

Mohamed Tayeb BOUSSABEUR

Avis favorable de l'encadreur:

Cachet et signature

DÉDICACE



*mes très chers parents,
À mes frères et sœurs,
À tous mes enseignants, particulièrement Prof: БАТКА.А,
À tous mes collègues,
H.MEHDI , J.ILYES, et D.TAYEB ,
Particulièrement ma sœur B.Karima,
Et À tous ceux qui comptent pour moi.*

REMERCIEMENT



Nous remercions Allah tout puissant qui nous a donné la force et la volonté pour pouvoir finir ce mémoire de master.

Nous tenons à remercier vivement notre encadreur : Mr. **Mohamed Yacine HAMMOUDI** d'avoir accepté de diriger ce projet et pour la confiance qu'il nous accordées, ses encouragements, et ses précieux conseils.

Nous voudrions remercier également Mr. **Khaled YAHIA** , et Mr. **Messaoud MOHAMMEDI** , membres de jury, de nous avoir fait l'honneur d'accepter de juger ce travail.

Nous tenons à remercier, tous ceux qui nous enseignés durant toutes notre études et en particulier nos enseignants à l'université de Mohamed Khider Biskra.

Nous tenons aussi à remercier tout les personnes qui nous ont encouragés pendant la réalisation de ce travail, famille, collègue, amis, sans exception.

Résumé

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur l'estimation d'état d'un système non linéaire représenté par les multi-modèles de type Takagi- Sugeno dont les fonctions d'activation dépendent de l'état. Pour cela, nous proposons la synthèse d'un multi-observateur de type *Luenberger* et nous montrons comment déterminer ces gains pour garantir la convergence globale asymptotique vers zéro de l'erreur d'estimation d'état. Les conditions de stabilité et de convergence sont formulées en termes d'inégalités matricielles linéaires (*LMI*).

Mots-Clés:

Approche multi-modèle, Estimation d'état, Variables de décision non mesurables, Stabilité asymptotique, Inégalités linéaires matricielles (*LMI*).

Abstract

The work presented in this memoire deals with the state estimation of a non-system represented by the Takagi- Sugeno type multi-models whose functions activation depends on the state. For this, we propose the synthesis of a multiobserver *Luenberger* type and we show how to determine these gains for guarantee asymptotic global convergence to zero of the state estimation error. Conditions of stability and convergence are formulated in terms of matrix inequalities linear (*LMI*).

Key words

Multi-model approach, state estimation, non-measurable decision variables, asymptotic stability, linear matrix inequalities (*LMI*).

Estimation d'états des systèmes représentés par les
multi-modèles de Takagi-Sugeno

Mohamed Tayeb BOUSSABEUR

June 26, 2011

TABLE DES MATIÈRES

<i>Introduction Générale</i>	1
1 <i>Représentation par l'approche de Takagi-Sugeno</i>	3
1.1 Introduction	3
1.2 Modèles flous de Takagi-Sugeno	3
1.3 Propriétés de linéarité d'un système	4
1.4 Qu'est-ce qu'un Multi-modèle de type Takagi-Sugeno ?	5
1.5 Vers la représentation multi-modèles	6
1.6 Différentes structures des multi-modèles	7
1.6.1 Structure couplé	7
1.6.2 Structure découplée	8
1.7 Autres structures des multi-modèles	9
1.7.1 Multi-modèle hiérarchisé ou hypermulti-modèle	9
1.7.2 Velocity-based multiple model networks	9
1.8 Obtention d'une structure Multi-modèles couplée	11
1.8.1 <u>Approche par identification</u>	11
1.8.2 <u>Approche par linéarisation</u>	11
1.8.3 <u>Approche par secteur non linéaire</u>	12
1.9 Définitions	16
1.10 Conclusion	17
2 <i>Estimation d'état</i>	18
2.1 Introduction	18

2.2	Les différents types d'observateurs	18
2.2.1	Oservateurs étendus	19
2.2.2	Le filtre de Kalman étendu	19
2.2.3	L'observateur de Luenberger étendu	19
2.2.4	Observateurs à grand gain	19
2.2.5	Observateurs de Luenberger généralisés (OLG)	20
2.2.6	Observateurs sous forme canonique	20
2.2.7	Observateurs basés sur la théorie de la contraction	20
2.3	Généralités sur les observateurs non linéaires	20
2.4	Concepts d'estimateur et d'observateur	21
2.5	Difference entre Observateurs et Estimateurs	22
2.5.1	Estimateurs	22
2.5.2	Observateurs	23
2.6	Observateurs basés sur la structure MM	24
2.6.1	<u>Variables de décision mesurables (VDM)</u>	25
2.6.2	<u>Variables de décision non mesurables (VDNM)</u>	26
2.7	Conclusion	26
3	<i>Conception de l'estimateur et résultats de simulation</i>	27
3.1	Synthèse d'estimateur des systèmes représentés par les multi-modèles	27
3.1.1	Structure du multi-observateur	27
3.2	Résultats de simulation	31
3.3	Conclusion	36

LISTE DES FIGURES

1.1	Système linéaire et système non linéaire	4
1.2	Complexité et précision de la représentation des système non linéaire	7
1.3	Architecture d'un multi-moèle a modeles locaux couples.	8
1.4	Architecture du MM découplée.	9
1.5	Structure des sous-modèles issue d'une linéarisation de vitesse.	10
1.6	Architecture d'un multi-modèle de T.S. en utilisant les sous-modèles de vitesse	10
1.7	Architecture d'un multi-modèle découplé en utilisant les sous-modèles de vitesse	11
1.8	a. Secteur non linéaire global. b. Secteur non linéaire local.	13
1.9	Schéma de principe de l'approche multi-modèles. a)Système non linéaire.b-c) Représentation multi-modèle.	16
2.1	Schéma de principe de : Estimateur ou Observateur	22
2.2	Structure d'observateur.	25
3.1	Représentation de l'observateur simple	31
3.2	Erreur entre les variables d'état.	32
3.3	Evolution la fonction de pondération H1 dans le temps	32
3.4	Evolution la fonction de pondération H2 dans le temps	33
3.5	Evolution la somme des fonctions de pondération dans le temps	33
3.6	Représentation de l'observateur robuste.	34
3.7	Erreur entre les variables d'état.	34

3.8	Evolution la fonction de pondération H1 dans le temps	35
3.9	Evolution la fonction de pondération H2 dans le temps	35
3.10	Evolution la somme des fonctions de pondération dans le temps	36

Les procédés réels sont souvent de nature non linéaire, cette non linéarité est due soit à la complexité des phénomènes physiques, soit à la nature des bouclages utilisés. La complexité de ces systèmes conduisent alors, au développement des approches de représentation adaptées aux modèles linéaires, parmi ces techniques, la représentation multi-modèles flous de type Takagi-Sugeno (*TS*). La motivation de cette approche découle du fait qu'il est souvent difficile de concevoir un modèle qui tient compte de toute la complexité du système étudié. Cette méthode s'appuie sur l'obtention d'un ensemble de polytopes interconnectés par des fonctions non linéaires, vérifiant la propriété de somme convexe. Chaque sous-modèle décrit le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement particulière.

Un système réel est souvent piloté simultanément par des entrées connues et inconnues. Les mesures effectuées en sortie du système ne donnent pas une information complète sur les états internes de ce système, car une partie de ces états n'est pas mesurable directement. De plus, pour des raisons purement technologiques et de coût, le nombre de capteurs est limité. De ce fait, l'idée utilisée, depuis plusieurs années, est le remplacement des capteurs matériels par des capteurs logiciels ou observateurs d'état, qui permettent de reconstruire les informations internes (états, entrées inconnues, paramètres inconnus) du système à partir du modèle du système, des entrées connues et des sorties mesurées.

L'analyse de la convergence de l'erreur d'estimation, s'effectue généralement à l'aide de la seconde méthode de *Lyapunov*. Des conditions de convergence de l'erreur sont alors établies sous la forme d'un ensemble d'inégalités matricielles *LMIs*.

Le document est organisé comme suit : Dans le premier chapitre un rappel théorique

concernant la représentation multi-modèle de Takagi-Sugeno a été exposé,notamment les variables de premisses et les fonctions d'activation ,ainsi les différentes structures.Dans le second chapitre, on va entamé au problème de conception de l'observateur proposé.L'ultime chapitre est consacré aux résultats de simulation.Une conclusion générale vient clôturer les trois chapitres de ce memoire.

CHAPITRE 1

REPRÉSENTATION PAR L'APPROCHE DE TAKAGI-SUGENO

1.1 Introduction

Les pertes d'information dû au modélisation classique des systèmes non-linéaires dégrade la performance des contrôleur conçu . La représentation des Multi-modèles de Takagi-Sugeno est une alternative efficace pour la modélisation des systèmes non-linéaires.

Dans ce chapitre on va entamé à la représentation flous de Takagi-Sugeno des systèmes non linéaire,ainsi les différentes méthodes d'obtention de cette représentation.

1.2 Modèles flous de Takagi-Sugeno

Ce type de modèle, proposé par Takagi et Sugeno dans les années 80, a donné lieu à de nombreux développements. Il a en particulier permis d'envisager l'extension des outils classiques de l'automatique aux modèles flous. Ce type de modélisation repose sur des règles du type : si prémisse alors conséquence, où les prémisses sont obtenues à partir de propositions linguistiques permettant l'évaluation des pondérations et où les conséquences sont le plus souvent des fonctions affines qui correspondent aux sous-modèles. Parmi les multiples intérêts offerts par ce modèle figure le fait qu'il permet d'introduire des connaissances a priori sur le système dans l'étape de modélisation de façon à fournir une partition floue initiale de son espace de fonctionnement. De plus, il a été montré

qu'un modèle flou de Takagi-Sugeno peut caractériser de façon exacte (il ne s'agit pas d'une approximation) un modèle non linéaire dans un compact de l'espace des variables de prémisses. Dans ce contexte bien particulier, le modèle obtenu peut être attaché à la réalité et exploité pour expliquer et analyser les phénomènes du système.[Orj08]

1.3 Propriétés de linéarité d'un système

Un système présente un comportement linéaire s'il répond favorablement aux propriétés de superposition et d'homogénéité .

Définition 1.5.1 (Superposition): Un système obéit au principe de superposition si les réponses du système à différentes excitations sont additives. Soit par exemple $y_1(t)$ la réponse du système à l'excitation $u_1(t)$ et $y_2(t)$ la réponse à l'excitation $u_2(t)$. La propriété de superposition est vérifiée si la réponse à l'entrée $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$ est donnée par $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$.

Définition 1.5.2 (Homogénéité): Un système obéit au principe d'homogénéité si les réponses du système à différentes excitations sont proportionnelles. Soit par exemple, $u(t)$ et $cu(t)$ deux signaux d'excitation appliqués séparément au même système (où c est une constante). La propriété d'homogénéité est vérifiée si les sorties résultant de l'application de ces entrées sont données respectivement par $y(t)$ et $cy(t) = 0$ quel que soit le facteur d'échelle c utilisé.

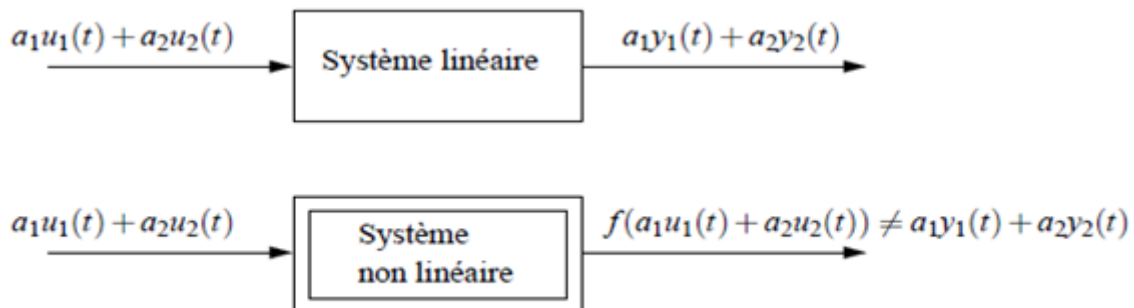


Fig 1.1: Système linéaire et système non linéaire

En conclusion, un système est dit linéaire s'il obéit conjointement aux propriétés (1.5.1) et (1.5.2) et par opposition un système est dit non linéaire s'il ne les respecte pas Figure 1.1 : .[Orj08]

1.4 Qu'est-ce qu'un Multi-modèle de type Takagi-Sugeno ?

Un multi-modèle TS est constitué d'un ensemble de modèles linéaires liés par une structure d'interpolation représentée par des fonctions d'appartenance non linéaires.

En effet, en 1985, sur la base du formalisme flou, Takagi et Sugeno ont proposé une approche de modélisation des systèmes non linéaires basée sur un ensemble de règles floues de type « **Si ... Alors** » dont les conclusions représentent un ensemble de dynamiques linéaires. Ainsi, si l'on note r le nombre de règles floues décrivant un modèle TS, la $i^{\text{ème}}$ règle R^i est donnée par [Jab11] :

$$R^i : \text{ Si } \xi_1 \text{ est } F_1^i(\xi_1(t)) \text{ et: } \xi_2 \text{ est } F_2^i(\xi_2(t)) \dots \xi_p \text{ est } F_p^i(\xi_p(t))$$

$$\text{ALORS : } \begin{cases} \dot{x}_i(t) = (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y_i(t) = C_i(x(t)) \end{cases} \quad (1.1)$$

Où, pour $j = 1, \dots, p$, $F_j^i(\xi_j(t))$ sont des sous ensemble flous réalisant une partition exacte de l'univers du discours, $(\xi_j(t))$ sont les variables de prémisses dépendantes des entrées et/ou de l'état du système. $x(t) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état du système, $u(t) \in \mathfrak{R}^\theta$ est le vecteur d'entrée et $y(t) \in \mathfrak{R}^q$ est le vecteur de sortie, A_i , B_i et C_i sont les matrices décrivant la dynamique du système. Pour chaque règle floue \mathfrak{R}^i , une fonction de poids $w_i(\xi_j(t))$ peut-être attribuée, déterminant la contribution de chacune des dynamiques linéaires composant le multi-modèle dans sa globalité. Cette fonction de poids dépend du degré d'appartenance des variables de prémisses $\xi_j(t)$ aux sous-ensembles flous $F_j^i(\xi_j(t))$ et du choix de l'opérateur ET ,

$$\begin{aligned} \text{telles que : } & w_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(\xi_j(t)) \\ \text{pour : } & i = 1, \dots, r ; \text{ avec : } \forall t, w_i(\xi(t)) \geq 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\text{On pose : } \quad \mu_i(\xi(t)) = \frac{w_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\xi(t))} \quad (1.3)$$

La fonction d'activation $\mu_i(\xi(t))$ de la $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou vérifie les propriétés de sommes convexes : $0 < \mu_i(\xi(t)) < 1$ et $\sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1$ Ainsi, après défuzzification, la représentation d'état d'un Multi-modèles TS , vu dans sa globalité, peut s'écrire sous

la forme [Jab11]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) C_i(x(t)) \end{cases} \quad (1.4)$$

1.5 Vers la représentation multi-modèles

Les processus physiques sont très souvent représentés par des modèles décrits sous la forme suivante (représentation d'état explicite):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (1.5)$$

Où x représente les variables d'état décrivant l'état interne du système, u et y sont respectivement les grandeurs d'entrée et de sortie du système et f et h représentent les fonctions linéaires et/ou non linéaires.

La commande d'un processus repose généralement sur une bonne modélisation du système, cette dernière devient plus délicate lorsqu'il s'agit des systèmes complexes et fortement non-linéaires, c'est pour cela, il ya deux situation, soit, en utilise des hypothèses simplificatrices et dans ce cas le modèle obtenu ne tienne pas compte toute la complexité du système, ou bien, en obtient un modèle très complexe ce qui le rend par fois inexploitable pour la commande. En effet, la représentation multi-modèles est une approche pratique et alternative pour appréhender le comportement d'un processus dans différentes zones de fonctionnement [Son81]. A ce moment là, deux méthodes pour représenter un système par une structure multi-modèles [KIS10] , soit par la construction direct de la forme multi-modèles, mais l'inconvénient de cette méthode, est la perte d'information due à la linéarisation du système, ou bien, en utilisant l'approche par secteur non linéaire [TW04] qui est la plus souvent utilisée.

Actuellement l'approche multi-modèles (MM) , et un outil très utilisé pour la modélisation des systèmes non linéaires. Dans la littérature, plusieurs terminologies, qui sont équivalentes, pour définir ce type de modèles: le multi-modèles[MSJ97] , le modèle flou de Takagi-Sugeno [TS85], le modèle linéaire polytopique [Ang01]. L'idée principale de cette approche est s'appuie sur la contribution de sous-modèles au modèle global du système, cette contribution qui quantifiée par une fonction de pondération (fonction d'activation), est une combinaison convexe des sous-systèmes.[HAM15]

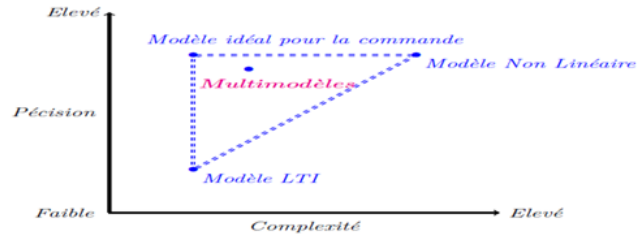


Fig 1.2: Complexité et précision de la représentation des système non linéaire

1.6 Différentes structures des multi-modèles

On peut énumérer différentes formes de multi-modèles selon que l'on fait la segmentation sur l'entrée ou sur la sortie (sur les variables d'état mesurables) et aussi selon la nature du couplage entre les modèles locaux associés aux zones de fonctionnement. Cependant, on peut noter deux structures de multi-modèles :

1. Structure couplée
2. Structure découplée

1.6.1 Structure couplé

La représentation multi-modèle est obtenue par interpolation de M modèles locaux linéaires :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (1.6)$$

ou $\mu_i(\xi(t))$, $i \in \{1, \dots, M\}$ sont les fonctions d'activation et $(\xi(t))$ est le vecteur des variables de décision dépendant des variables d'état mesurables et éventuellement de la commande $u(t)$. Cette structure est la plus utilisée en analyse bien qu'en synthèse des multi-modèles. [Akh04]

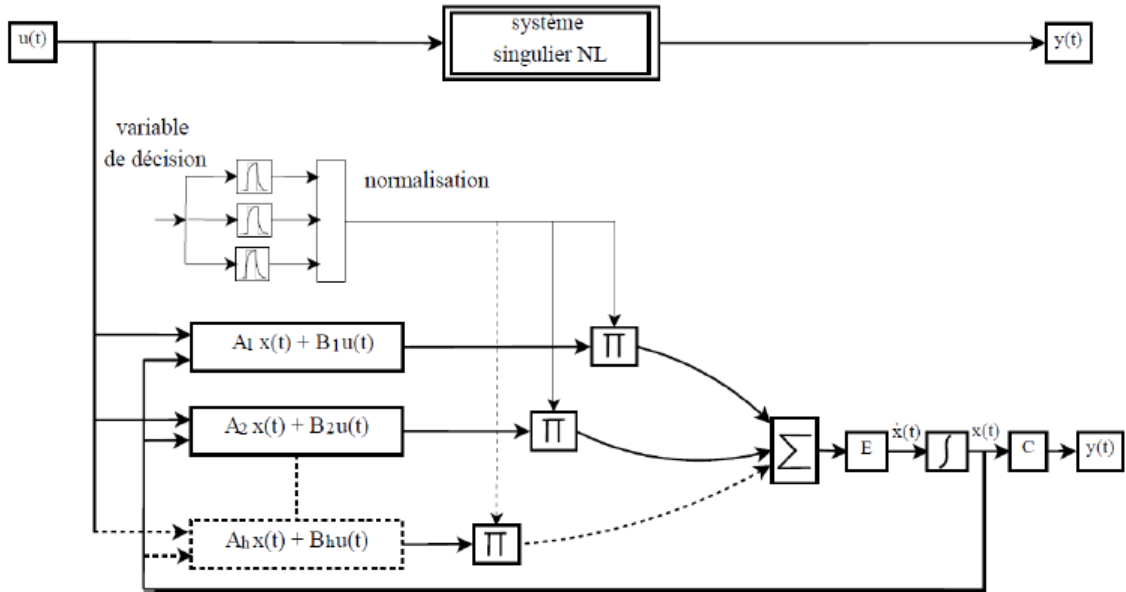


Fig 1.3: Architecture d'un multi-modèle à modèles locaux couplés.

1.6.2 Structure découplée

La deuxième famille c'est la structure découplée ou bien les multi-modèles locaux, elle est proposée par où il ya plusieurs vecteurs d'états. Elle suppose que le processus est composé de modèles locaux découplés et admet des vecteurs d'états indépendants, et peut être vue comme la connexion parallèle de r modèles affines pondérés par leurs poids de pondération. Dans le contexte d'identification des paramètres cette structure est très utile car elle permet d'ajuster les dimensions des sous-modèles à la complexité des différents comportements d'un processus. [HAM15]

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x_i(t) + B_i u(t)) \\ y_i(t) = C_i x_i(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

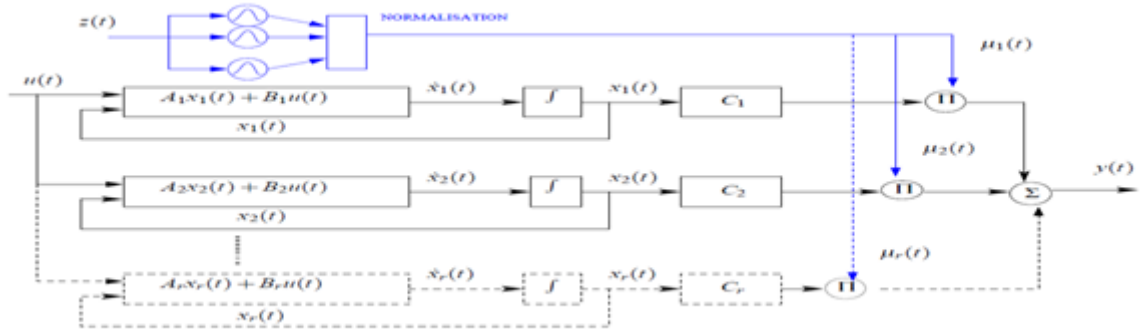


Fig 1.4: Architecture du MM découplée.

1.7 Autres structures des multi-modèles

Notre attention se porte ici sur deux classes de multi-modèles qui représentent des extensions directes des structures abordées précédemment. Toutefois, d'autres structures de multi-modèles (les multi-modèles à structures récurrentes) peuvent être envisagées selon le type de vecteur de régression utilisé.

1.7.1 Multi-modèle hiérarchisé ou hypermulti-modèle

Un hypermulti-modèle ou multi-modèle hiérarchisé est un multimodèle de multi-modèles. Ce type de structure vise à réduire la complexité du multi-modèle global et à améliorer l'interprétation de chaque multi-modèle. Il est ainsi possible de modéliser des systèmes de grande dimension à partir d'une décomposition en sous-systèmes modélisables à leur tour par un multi-modèle.

1.7.2 Velocity-based multiple model networks

Si une forme analytique du modèle non linéaire d'un système est disponible, alors des linéarisations successives autour de différents points de fonctionnement du système peuvent conduire à l'obtention d'un multi-modèle. En règle générale, les sous-modèles ainsi obtenus présentent une structure affine en l'état et en la commande avec un terme constant (off-set) supplémentaire provenant de la linéarisation du système :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \alpha \quad (1.8)$$

Les sous-modèles affines 1.7 ne respectent pas la propriété de superposition propre aux modèles linéaires sans la constante α . Par conséquent, en fonction de la valeur prise par ce terme additionnel, des phénomènes indésirables sont susceptibles d'être introduits dans la dynamique du multi-modèle. Par exemple, dans les régions transitoires entre les sous-modèles le terme constant α peut en particulier dominer le comportement dynamique du multi-modèle (les termes A et B deviennent alors secondaires). Afin de remédier à ce problème, ont proposé une linéarisation basée sur la vitesse dite velocity-based en guise d'alternative à la linéarisation classiquement employée

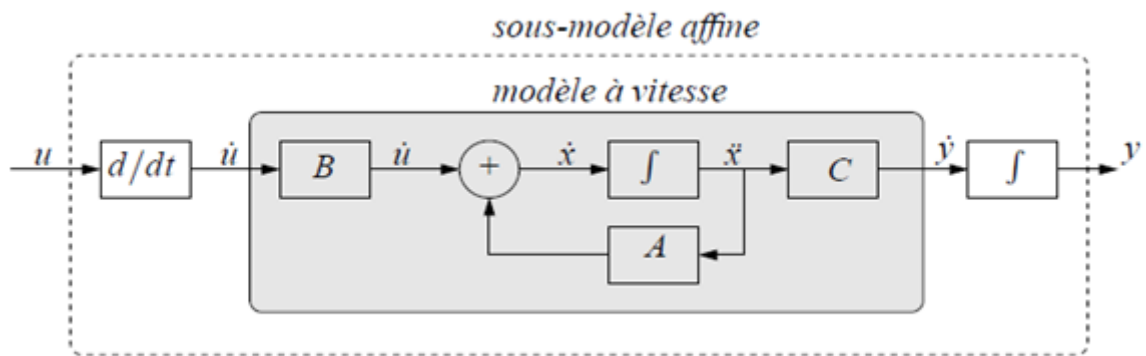


Fig 1.5: Structure des sous-modèles issue d'une linéarisation de vitesse.

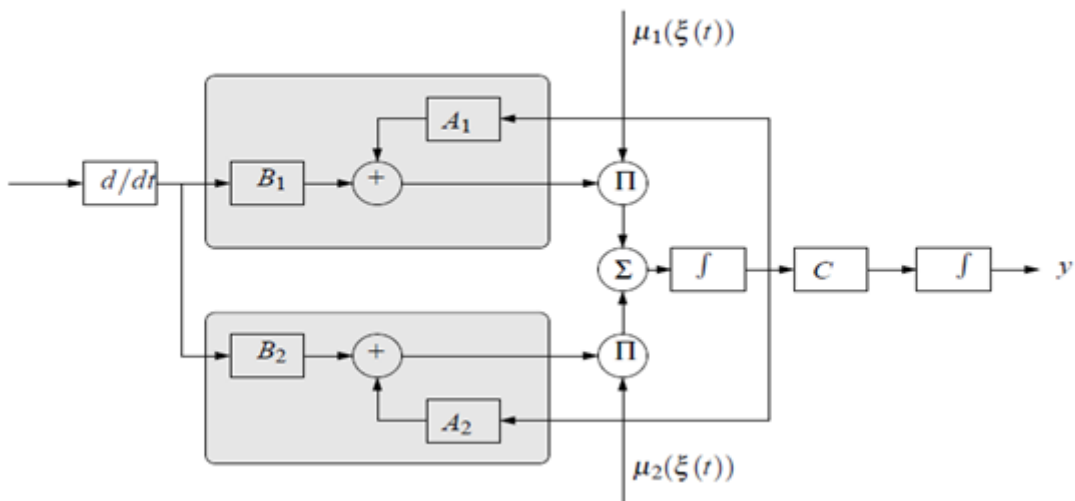


Fig 1.6: Architecture d'un multi-modèle de T.S. en utilisant les sous-modèles de vitesse .

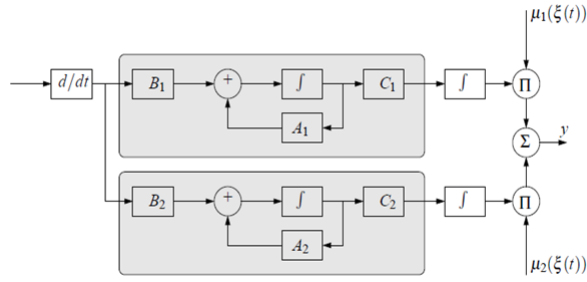


Fig 1.7: Architecture d'un multi-modèle découplé en utilisant les sous-modèles de vitesse .

L'idée est de dériver l'équation du sous-modèle 1.7 afin de supprimer le terme constant α . La structure des sous-modèles obtenue par cette démarche est présentée sur la figure 1.5. Cette stratégie de linéarisation conduit à de nouvelles structures de multi-modèles établies à partir des structures de T.S. voir 1.6 ou découplées voir 1.7.[Orj08]

1.8 Obtention d'une structure Multi-modèles couplée

Dans la littérature, il existe trois approches permettant le passage d'un modèle non linéaire affine en la commande à un modèle *T.S.* Ces approches visent à représenter les systèmes non linéaires complexes sur un large domaine de fonctionnement. Ces différentes approches sont :

1.8.1 Approche par identification

Les mesures acquises sur les entrées et les sorties du système permettent l'identification des paramètres des modèles locaux autour des différents points de fonctionnement préalablement définis. Dans ce cas, le problème d'identification du modèle non linéaire se réduit à l'identification des modèles locaux (sous-modèles) *LTI*. Notons que, cette méthode est souvent utilisée dans le cas des systèmes dotés d'une dynamique difficile à décrire à l'aide d'un modèle analytique.[HAM15]

1.8.2 Approche par linéarisation

Dans ce cas, on dispose de la forme analytique du modèle non linéaire du processus physique qu'on linéarise autour de différents points de fonctionnement judicieusement

choisis. Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = G(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (1.9)$$

- Ou $(F, G) \in R^{2n}$ sont des fonctions non linéaires continues.
- $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état .
- $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée.

Par la suite, nous représenterons le système non linéaire(1.9) par un multi-modèles, composé de plusieurs modèles locaux linéaires ou affines obtenus en linéarisant le système non linéaire autour d'un point de fonctionnement arbitraire $(x_i, u_i) \in R^n \times R^m$:

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(A_i x_m(t) + B_i u(t) + D_i) \\ y(t) = \sum_{i=1}^M \mu_i(\xi(t))(C_i x_m(t) + E_i u(t) + N_i) \end{cases} \quad (1.10)$$

avec:

$$\begin{cases} A_i = \frac{\partial F(x,u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \\ B_i = \frac{\partial F(x,u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \\ D_i = F(x_i, u_i) - A_i x - B_i u, \\ \\ C_i = \frac{\partial G(x,u)}{\partial x} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \\ E_i = \frac{\partial G(x,u)}{\partial u} \Big|_{x=x_i, u=u_i} \\ N_i = G(x_i, u_i) - C_i x - E_i u \end{cases}$$

Notons que dans ce cas, le nombre de modèles locaux (M) dépend de la précision de modélisation souhaitée, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation. [Oud08]

1.8.3 Approche par secteur non linéaire

La modélisation des systèmes flous de Takagi-Sugeno par l'approche des secteurs non linéaires, est introduite pour la première fois dans les travaux de , et par la suite. Cette

approche consiste à représenter le système non linéaire de façon exacte dans un espace compact des variables d'état. Dans ce contexte, parfois, il est difficile de trouver un secteur global pour le système non linéaire, c'est pour cette raison on considère un secteur non linéaire local. Dans la suite de ce manuscrit, l'intérêt est porté sur la troisième méthode, puisqu'elle présente des avantages du point de vue précision et connaissance des fonctions d'appartenance assurant l'interconnexion des modèles locaux *LTI*. En effet, l'approche par secteur non linéaire par rapport à l'approche par linéarisation permet, d'une part, de minimiser l'erreur lors du passage du modèle analytique non linéaire au modèle *T.S*, et d'autre part d'optimiser le nombre de modèles locaux.

Il convient de souligner qu'il peut s'avérer difficile de trouver un secteur global pour un système non linéaire quelconque, dans ce cas, il est nécessaire de considérer un secteur non linéaire local. Les figures (1.8.a, 1.8.b) représentent respectivement les secteurs non linéaires global et local [HAM15].

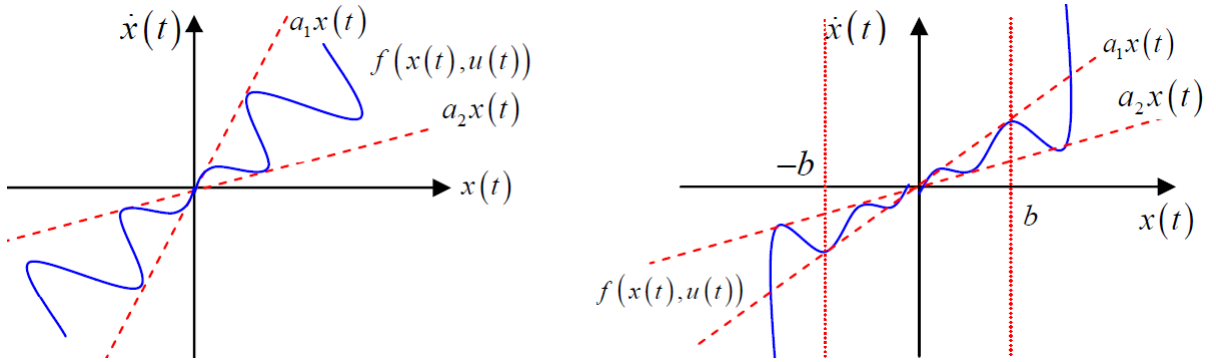


Fig 1.8: a. Secteur non linéaire global.

b. Secteur non linéaire local.

- En décrit le système non linéaire par:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = \mu(x(t)) \end{cases} \quad (1.11)$$

Avec $x(t)$, $y(t)$ et $u(t)$ représentent respectivement, l'état du système, la sortie, et la commande. On peut écrire le système (1.11) sous une forme *LPV*:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = F(\xi(t))x(t) + G(\xi(t))u(t) \\ y(t) = H(\xi(t))x(t) \end{cases} \quad (1.12)$$

Soit k le nombre des fonctions non linéaires présentes dans le système 1.12. On les note f_i ou $i = 1, \dots, k$ Supposons qu'il existe un compact C des variables $\xi(t)$ où les non-linéarités

sont bornées :

$$f_i \in [f_{min}^i, f_{max}^i], \quad \text{pour } i = 1, \dots, k \quad (1.13)$$

Les non-linéarités f_i peuvent alors s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{cases} f_i(\xi(t)) = f_{min}^i w_{max}^i(\xi(t)) + f_{max}^i w_{min}^i(\xi(t)) \\ w_{max}^i(\xi(t)) = \frac{f_{max}^i - f_i(\xi(t))}{f_{max}^i - f_{min}^i} \\ w_{min}^i = 1 - w_{max}^i(\xi(t)) \end{cases} \quad (1.14)$$

À partir des fonctions des poids w_{max}^i, w_{min}^i , on peut définir les fonctions d'activation $\mu_i(\xi(t))$ comme suit:

$$\mu_r(\xi(t)) = \prod_{i=1}^k w_l^i(\xi(t)) \quad r = 1, \dots, 2^k \quad \text{et } l = 1, 2 \quad (1.15)$$

Le système (1.11) qui possède $r = 2^k \in N$ sous-modèles linéaires, devient par la transformation par secteur non linéaire sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r=2^k} \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r=2^k} \mu_i(\xi(t))(C_i x(t)) \end{cases} \quad (1.16)$$

Exemple D'application:

Considérons le système non linéaire suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{cases} = \begin{cases} -x_1(t) + x_1(t)x_2^3(t) \\ -x_2(t) + (3 + x_2(t))x_1^3(t) \end{cases} \quad (1.17)$$

On suppose que $x_1(t) \in [-1, 1]$ et $x_2(t) \in [-1, 1]$.

Le système précédent peut être écrit sous la forme:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & x_1(t)x_2^2(t) \\ (3 + x_2(t))x_1^2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

avec $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$ et $x_1(t)x_2^2(t)$ et $(3 + x_2(t))x_1^2(t)$ sont les termes non linéaires.

Pour les termes non linéaires, soit $\xi_1(t) = x_1(t)x_2^2(t)$ et $\xi_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t)$ Alors On:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & \xi_1(t) \\ \xi_2(t) & -1 \end{bmatrix} x(t)$$

Ensuite, on calcule les **valeurs minimale** et **maximale** de $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$ pour :

$x_1(t) \in [-1, 1]$ et $x_2(t) \in [-1, 1]$.

$$\xi_{1max} = \max_{x_1(t), x_2(t)} \xi_1(t) = 1, \quad \xi_{1min} = \min_{x_1(t), x_2(t)} \xi_1(t) = -1$$

$$\xi_{2max} = \max_{x_1(t), x_2(t)} \xi_2(t) = 4, \quad \xi_{2min} = \min_{x_1(t), x_2(t)} \xi_2(t) = 0$$

les Variables de prémisses: $\xi_1(t)$ et $\xi_2(t)$ peuvent être représentés par:

$$\xi_1(t) = x_1(t)x_2^2(t) = M_1(\xi_1(t)) \cdot \xi_{1max} + M_2(\xi_1(t)) \cdot \xi_{1min}$$

$$\xi_2(t) = (3 + x_2(t))x_1^2(t) = N_1(\xi_2(t)) \cdot \xi_{2max} + N_2(\xi_2(t)) \cdot \xi_{2min}$$

$$M_1(\xi_1(t)) + M_2(\xi_1(t)) = 1.$$

$$N_1(\xi_2(t)) + N_2(\xi_2(t)) = 1.$$

Les fonctions d'appartenance sont alors:

$$M_1(\xi_1(t)) = \frac{\xi_1(t) - \xi_{1min}}{\xi_{1max} - \xi_{1min}} = \frac{\xi_1(t) + 1}{2}; \quad M_2(\xi_1(t)) = \frac{\xi_{1max} - \xi_1(t)}{\xi_{1max} - \xi_{1min}} = \frac{1 - \xi_1(t)}{2}$$

$$N_1(\xi_2(t)) = \frac{\xi_2(t) - \xi_{2min}}{\xi_{2max} - \xi_{2min}} = \frac{\xi_2(t)}{4}; \quad N_2(\xi_2(t)) = \frac{\xi_{2max} - \xi_2(t)}{\xi_{2max} - \xi_{2min}} = \frac{4 - \xi_2(t)}{4}$$

On appelle ces **fonctions d'appartenance**, "Positif", "Négatif", "Grand" et "Petit" respectivement. Alors le système linéaire précédent peut être représenté par le modèle flou de *Takagi – Sugeno* suivant:

- Règle 1: Si $\xi_1(t)$ est "Positif" et $\xi_2(t)$ est "Grand" Alors $\dot{x}(t) = A_1x(t)$.
- Règle 2: Si $\xi_1(t)$ est "Positif" et $\xi_2(t)$ est "Petit" Alors $\dot{x}(t) = A_2x(t)$.
- Règle 3: Si $\xi_1(t)$ est "Négatif" et $\xi_2(t)$ est "Grand" Alors $\dot{x}(t) = A_3x(t)$.
- Règle 4: Si $\xi_1(t)$ est "Négatif" et $\xi_2(t)$ est "Petit" Alors $\dot{x}(t) = A_4x(t)$.

avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & +1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & +1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, A_4 = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Le système non linéaire est représenté par le modèle flou de *Takagi – Sugeno* suivant:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^4 \mu_i(\xi(t)) A_i x(t)$$

avec :

$$\mu_1(\xi(t)) = M_1(\xi_1(t)) \times N_1(\xi_2(t)); \quad \mu_2(\xi(t)) = M_1(\xi_1(t)) \times N_2(\xi_2(t))$$

$$\mu_3(\xi(t)) = M_2(\xi_1(t)) \times N_1(\xi_2(t)); \quad \mu_4(\xi(t)) = M_2(\xi_1(t)) \times N_2(\xi_2(t))$$

Ce modèle flou représente d'une manière exacte le système non linéaire précédent dans la région $[-1, 1] \times [-1, 1]$ de l'espace d'état.

1.9 Définitions

- Un **espace de fonctionnement** est un espace vectoriel à l'intérieur duquel les variables d'un système évoluent (tenant éventuellement compte des bornes sur les variables).
- Une **zone de fonctionnement** est un domaine issu du partitionnement de l'espace de fonctionnement du système.

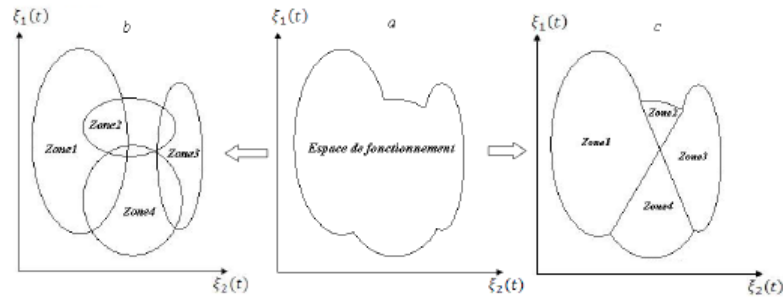


Fig 1.9: Schéma de principe de l'approche multi-modèles. a)Système non linéaire.b-c) Représentation multi-modèle.

- Un **sous-modèle** (ou sous-système) est un modèle généralement simple de structure quelconque, mais souvent linéaire et/ou affine, qui représente le comportement du système non linéaire dans une zone de fonctionnement spécifique.
- Une autre notion liée à ces fonctions est la notion de **variable de prémisse** (ou **décision**). Ce nom est attribué à la variable $\xi(t)$ intervenant dans les fonctions de pondération $\mu_i(\xi(t))$. Cette variable peut englober une ou plusieurs variables internes ou externes du système. Ces variables peuvent être soit accessibles à la mesure en temps réel (des signaux d'entrée du système ou même des variables d'état mesurables), soit inaccessibles à la mesure (des variables d'état non-mesurables). Retenons que la variable de prémisse ξ est une variable vectorielle : $\xi \in R^p$.
- Une **fonction de pondération** est une fonction, notée en général $\mu_i(\xi(t))$: $R^p \rightarrow R$, qui dépend des variables internes et/ou externes du système non-linéaire (variables de prémisse). Ces fonctions sont choisies en général de façon à vérifier la propriété de somme convexe :

$$\sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t)) = 1, \quad 0 \leq \mu_i(\xi(t)) \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, r \quad (1.18)$$

Au cours du temps, ces fonctions ont été construites de différentes façons : en utilisant des fonctions de type booléen, des fonctions à dérivées discontinues (fonctions triangulaires) ou des fonctions à dérivées continues (fonctions gaussiennes). Dans le cas continu la loi exponentielle est souvent utilisée, et s'applique aux différentes variables de prémisse, en effectuant une normalisation afin de respecter la propriété de somme convexe(1.18) . Une autre façon de construire les fonctions de pondération est d'utiliser les bornes des variables de prémisse si celle-ci sont disponibles. Le MM est basé sur la décomposition du comportement dynamique du système en plusieurs zones de fonctionnement, chaque zone étant caractérisée par un sous-système. En fonction de la zone où le système évolue, chaque sous-système contribue plus ou moins à l'approximation du comportement global du système. En général, le système présente un comportement dynamique homogène à l'intérieur d'une zone de fonctionnement. Ainsi, la contribution de chaque sous-système au modèle global, qui est une combinaison convexe des sous-systèmes, est définie par une fonction de pondération. La représentation MM d'un système non linéaire peut être obtenue à partir de différentes structures. En général, la représentation d'état est utilisée car elle permet de mettre facilement en évidence les sous-modèles. Cette représentation est simple et plus générale que la présentation sous forme d'une équation de régression entrée/sortie. Concernant cette dernière représentation, plus de précisions sur la forme MM et le passage d'une représentation d'état à une représentation entrée/sortie (et vice versa) seront présentés plus tard dans ce chapitre. De plus, la description sous forme d'état se relève une forme bien adaptée pour la construction d'observateurs ou de lois de commande. [Nag10]

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté un état de l'art sur la modélisation des systèmes non linéaires par la représentation multi-modèles de Takagi-Sugeno. on a entamé aux différentes structures des multi-modèles($T.S$), ainsi les différents méthodes pour obtenir ces structures.

2.1 Introduction

La commande d'un procédé réel nécessite la connaissance complète de ces variables d'état. Compte tenu des contraintes économiques, technologiques et même de faisabilité, il est souvent difficile d'accéder à toutes les variables qui constituent le vecteur d'état. Alors, pour résoudre ce problème, la conception d'un observateur s'avère fort indispensable.

Dans ce présent chapitre on va entamé premièrement aux observateurs en generale puis on va entamé aux observeurs pour les systèmes de takagi-sugeno.

2.2 Les différents types d'observateurs

Deux types d'estimateur sont souvent utilisé dans les systèmes linéaires, le filtre de *Kalman* et *Luenberger*. Le filtre de *Kalman* est utilisé dans le cas des systèmes stochastiques en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation et l'observateur de *Luenberger* est utilisé pour les systèmes linéaires déterministes. Dans le cas des systèmes non linéaires, l'observation d'état est un peu plus délicate et il n'existe pas, à l'heure actuelle, une méthode universelle pour la synthèse d'observateurs. Les approches envisageables sont soit une extension des algorithmes linéaires, soit des algorithmes non linéaires spécifiques. sachant que pour le premier cas, l'extension est basée sur une linéarisation du modèle autour d'un point de fonctionnement.

2.2.1 Observateurs étendus

Dans ce cas, le calcul du gain de l'observateur se fait à partir du modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement. C'est par exemple le cas du filtre de *Kalman* étendu et l'observateur de *Luenberger* étendu.[\[Zem07\]](#)

2.2.2 Le filtre de Kalman étendu

Le filtre de *Kalman* étendu est l'une des techniques d'estimation les plus populaires et largement étudiées dans le domaine d'estimation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires. Ce filtre étendu consiste à utiliser les équations du filtre de *Kalman* standard sur le modèle non linéaire linéarisé par la formule de *Taylor* au premier ordre. Ce filtre étendu a été appliqué avec succès sur différents types de procédés non linéaires. Malheureusement, les preuves de stabilité et de convergence établies dans le cas des systèmes linéaires ne peuvent être étendues de manière générale au cas des systèmes non linéaires.[\[Bou08\]](#)

2.2.3 L'observateur de Luenberger étendu

Ce type d'observateur intervient, soit au niveau du système original avec un gain constant qui doit être calculé par placement de pôles, soit par le biais d'un changement de coordonnées avec un gain dépendant de l'état à estimer. Ce type d'observateur, peut provoquer des instabilités qui se manifestent en s'éloignant du point de fonctionnement, c'est pour cela, il est rarement utilisé dans la pratique.[\[HAM15\]](#)

2.2.4 Observateurs à grand gain

Un observateur de type grand gain est synthétisé pour une classe de systèmes non linéaires uniformément observables. Le principe repose sur l'introduction d'un gain d'observation qui dépend d'un paramètre θ . Le nom "grand gain" est dû au fait que le gain de l'observateur est suffisamment grand pour affaiblir la non-linéarité du système. Notons cependant qu'avec l'observateur à grand gain, le choix d'un paramètre θ suffisamment grand assure une convergence sûre et rapide, avec en contrepartie une grande sensibilité au bruit d'observation. Une autre catégorie d'observateurs à grand gain est développée par Thau. La classe de systèmes considérée est en général composée d'une partie linéaire et d'une autre non linéaire mais supposée être lipschitzienne. Notez que

cette classe des systèmes a pour particularité la représentation d'une vaste gamme de processus physiques. [Ben09]

2.2.5 Observateurs de Luenberger généralisés (OLG)

C'est un nouveau type d'observateurs qui a été proposé récemment pour la classe des systèmes monotones. Cette nouvelle conception consiste à ajouter à l'observateur de Luenberger un deuxième gain à l'intérieur de la partie non linéaire du système. [Zem07]

2.2.6 Observateurs sous forme canonique

Ces techniques sont basées sur le changement des coordonnées afin d'utiliser la transformation non-linéaire par la méthode de Lie, le nouveau système s'écrit sous une forme canonique quasi linéaire. L'avantage de ces approches est qu'après la transformation, la synthèse de l'observateur est simple, mais le problème réside dans la caractérisation du système ayant une forme canonique d'observabilité demandée. [HAM15]

2.2.7 Observateurs basés sur la théorie de la contraction

Ce type d'observateurs, comme son nom l'indique, est basé sur la théorie de la contraction utilisée comme outil d'analyse de la convergence. Cette technique mène à de nouvelles conditions de synthèse différentes de celles fournies par les techniques précédentes. [Zem07]

2.3 Généralités sur les observateurs non linéaires

La commande et le diagnostic d'un processus sont les principaux enjeux de la théorie d'observation. En effet, le problème de la synthèse des observateurs a suscité l'intérêt de beaucoup des chercheurs et a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. L'état du système n'est pas toujours accessible et ceci est dû aux contraintes technologiques (certaines grandeurs physiques ne sont pas mesurables), et aux contraintes économiques. La synthèse des observateurs dépend essentiellement de la classe du système (les systèmes à paramètres variants, systèmes bilinéaires, systèmes singuliers).

Définition : (*Observateur*)

On appelle un observateur du système dynamique (1.4) tout système dynamique auxiliaire sous la forme suivante [HAM15]:

$$\dot{\hat{x}} = \hat{f}(\hat{x}(t), u(t), y(t)) \quad (2.1)$$

On dit que l'observateur (2.1) est un observateur global si l'erreur d'estimation $e(t)$ vérifie la condition suivante:

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \longrightarrow 0 \quad \text{quand } t \longrightarrow \infty \quad (2.2)$$

Définition : (*Indistinguabilité*) Soient $y_u^0(t)$, $t \geq 0$ et $y_u^1(t)$, $t \geq 0$ deux signaux de sortie générés par l'application du signal d'entrée $u(t)$, $t \geq 0$ au système non linéaire avec les conditions initiales x_0 et x_1 , respectivement. On dit que x_0 et x_1 sont indistinguables si:

$$y_u^0(t) = y_u^1(t) \quad \forall t \geq 0 \quad \text{pour tout entrée } u \quad (2.3)$$

Dans le cas contraire, on dit que x_0 et x_1 sont distinguables. [Zem07]

Définition : (*Espace d'observabilité*) l'espace d'observation pour un système non linéaire est définie comme la plus petite espace vectorielle réelle ($O(h)$) de fonction de classe C qui contient les composants de $h(h_1, h_2, \dots, h_n)$ et qui est fermé par la dérivation de Lie.

Définition : (*Observabilité et l'observabilité locale faible*) Le système non linéaire (1.6) est observable s'il n'admet pas de paire indistinguable. Par contre, un système est faiblement observable en $x_0 \in V$, s'il existe un voisinage ouvert $V'_{x_0} \subset V$ contenant x_0 , tel que pour tout voisinage $V'' \subset V'(x_0)$ de x_0 , pour tout point $x_1 \in V''(x_0)$, les couples (x_0, x_1) sont distinguables. [HAM15]

2.4 Concepts d'estimateur et d'observateur

A titre d'exemple, dans le domaine des entraînements à vitesse variable à motorisation asynchrone, les performances de la commande dépendent de la précision de la connaissance du module du flux et de sa position. Ces grandeurs sont difficilement accessibles à la mesure. En effet, les capteurs de flux sont relativement délicats (sensible au bruit de mesure, chaleur et vibrations) et réduisent la robustesse de l'ensemble. Ainsi, la reconstruction du flux et de sa position par des estimateurs ou des observateurs devient un objectif principal. Un tel estimateur ou observateur est représenté sur la figure (2.1).

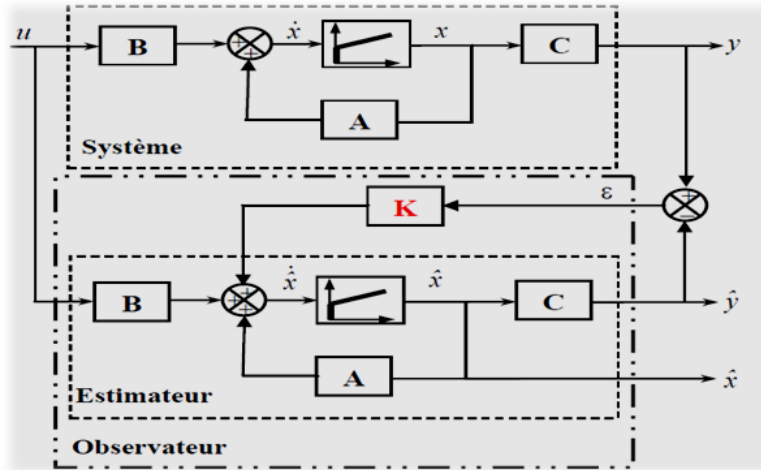


Fig 2.1: Schéma de principe de : Estimateur ou Observateur

2.5 Différence entre Observateurs et Estimateurs

2.5.1 Estimateurs

Les estimateurs s'appuient sur l'utilisation d'une copie du modèle d'états de système non linaire en régime permanent (estimateur statique) ou en transitoire (estimateur dynamique). Il n'y a aucun bouclage avec des grandeurs réelles permettant de prendre en compte ces erreurs ou perturbations (boucle ouverte). La dynamique d'un estimateur dépend des modes propres de la système non linaire. Une telle approche conduit à la mise en oeuvre d'algorithmes simples et rapides, mais sensibles aux erreurs de modélisation et aux variations paramétriques au cours de fonctionnement . Pour construire un estimateur de la système non linaire , le modèle mathématique pris comme un système linéaire variant dans le temps, est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(w)x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

B est la matrice d'entrée du système, C est la matrice de sortie, et $A(w)$ est la matrice de transition non stationnaire dans le cas des système non linaire , puisqu'elle dépend de la vitesse de rotation du moteur. Toutefois, elle peut être considérée comme quasi

stationnaire vu la dynamique de la vitesse par rapport à celle des grandeurs électriques. En intégrant la première partie de (2.4), on peut reconstruire les états à estimer :

$$\hat{x} = \int (A(\hat{w}\hat{x} + \hat{B}u)dt \quad (2.5)$$

Pour évaluer la précision de l'estimation, on considère l'écart entre les états réels et estimés, donné par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.6)$$

Alors, la dynamique de l'erreur est déduite de la soustraction de (2.4) et (2.6)

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (2.7)$$

Après calcul, on aboutit à :

$$\dot{e} = A(w)e + \Delta A\hat{x} + \Delta Bu \quad (2.8)$$

avec :

$$\begin{cases} \Delta A = A(w) - A(\hat{w}) \\ \Delta B = B - \hat{B} \end{cases} \quad (2.9)$$

La vitesse de convergence de l'erreur d'estimation vers zéro dépend des constantes de temps du système. Elle est vérifiée dans le cas où les valeurs propres de la matrice $A(w)$ sont définies négatives (en considérant $\Delta A = 0$ et $\Delta B = 0$). Lorsque des erreurs de modélisation existent, les termes $(\Delta A\hat{x})$ et (ΔBu) se comportent comme des entrées dans l'équation différentielle (2.8) et par conséquent les estimées (\hat{x}) seront biaisées. Dans le cas de la machine à induction, on ne maîtrise pas le temps de convergence de l'erreur d'estimation et les estimés auront forcément une erreur statique due aux erreurs de modélisation.

2.5.2 Observateurs

Les inconvénients de l'estimateur peuvent être atténués en utilisant un terme correcteur. Ainsi l'écart entre la mesure et son estimée est introduit dans l'équation de l'estimateur au travers d'une matrice de gain de correction K . Dans ce cas l'estimateur devient un observateur.

$$T(s) = \frac{S}{E} = \frac{G}{1+G.H} \quad (2.10)$$

Un observateur est un estimateur fonctionnant en boucle fermée et disposant d'une dynamique indépendante du système. Le principe de construction d'un observateur consiste donc à corriger la dynamique de l'estimation dans l'équation (2.10) en tenant compte de l'écart entre la sortie réelle et la sortie reconstruite. Cela conduit à l'observateur suivant:

$$\dot{\hat{x}} = A(\hat{w}).\hat{x} + \hat{B}.u + k.e \quad (2.11)$$

Où K est la matrice gain de l'observateur.

On définit comme erreur de mesure l'écart entre les grandeurs mesurées et leurs estimées. De la même façon que pour l'estimateur, l'équation décrivant le comportement de l'erreur d'estimation est obtenu en soustrayant (2.4) et (2.9). Alors, l'équation de l'erreur d'estimation devient:

$$\dot{e} = A_0.e + \Delta A.\hat{x} + \Delta B.u \quad (2.12)$$

tel que $A_0 = A(w) - K.C$

Le principal avantage de l'observateur devant l'estimateur peut être facilement montré par la dernière équation (2.8). En effet, la dynamique de convergence de l'erreur vers zéro est contrôlée par le terme $[A(w) - KC]$ comportant la matrice de gain de correction K . On peut alors imposer la dynamique désirée par le choix de la matrice de gain de correction (dynamique indépendante), et compenser partiellement les erreurs de modélisation. [BEN16]

2.6 Observateurs basés sur la structure MM

La structure d'observateur *basée sur la structure Multi-modèle* la plus utilisée dans la littérature est une extension de celle de l'observateur de *Luenberger* proposée pour les systèmes linéaires. Ce choix s'avère naturel sachant que la structure Multi-modèle est une combinaison linéaire de sous-modèles linéaires :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.13)$$

On considère ici que la sortie est une fonction linéaire de l'état, mais cela ne constitue pas une réduction majeure.

L'observateur (figure (2.2)) inspiré de celui construit pour le cas linéaire et a la forme suivante [Nag10]:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\hat{\xi}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i(y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (2.14)$$

Pour déterminer les gains L de l'observateur((2.14)), une étude de stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ doit être réalisée.

La dynamique de l'erreur d'estimation d'état est gouvernée par une équation différentielle qui dépend des variables de prémisse $\xi(t)$ via les fonctions de pondération $\mu(\xi(t))$.

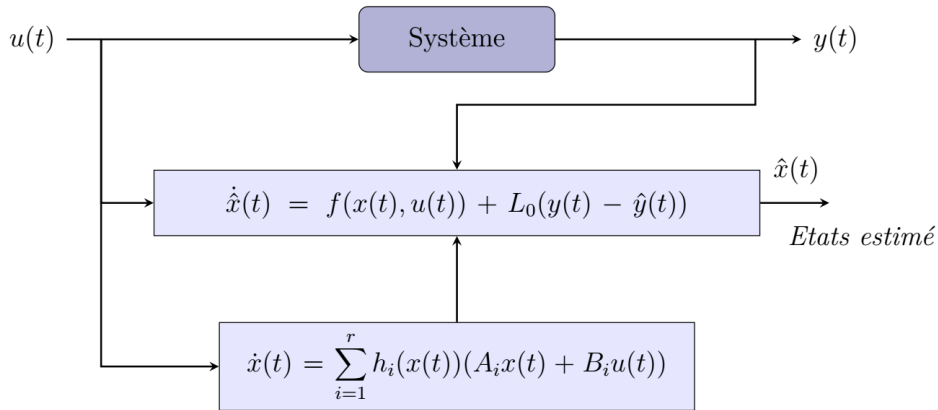


Fig 2.2: Structure d'observateur.

2.6.1 Variables de décision mesurables (VDM)

La majeure partie des travaux effectués sur la conception d'observateurs d'état pour les systèmes $T.S$ s'appuie sur l'hypothèse de disponibilité des variables de décision. De ce fait, l'observateur utilise les mêmes variables de décision que le modèle du système ce qui permet une factorisation par les fonctions d'activation lors de l'évaluation de la dynamique de l'erreur d'estimation d'état. Plus précisément, cette dernière s'écrit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \mu_i(\xi(t))(A_i - L_i C).e(t) \quad (2.15)$$

Les gains L_i de l'observateur sont déterminés par analyse de la stabilité du système $T.S$. (2.15). L'analyse de la stabilité via une fonction de *Lyapunov* quadratique a permis

l'obtention de conditions *LMIs* pour la synthèse de l'observateur :

Théorème L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice $P = P^T > 0 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et des matrices $K_i \in \mathfrak{R}^{n \times n_y}$ telles que les conditions suivantes soient satisfaites [Ich09] :

$$PA_i + A_i^T P - K_i C - C^T K_i^T < 0 \quad \text{avec : } i = 1, \dots, r \quad (2.16)$$

Les gains de l'observateur sont obtenus à partir de l'équation :

$$L_i = P^{-1} K_i \quad (2.17)$$

2.6.2 Variables de décision non mesurables (*VDNM*)

Dans le cas où les variables de décision ne sont pas connues, leur factorisation n'est plus possible et la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit alors sous la forme :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^n \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) - \sum_{i=1}^n \mu_i(\hat{\xi}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i C e(t)) \quad (2.18)$$

Théorème L'erreur d'estimation d'état entre le modèle *TS* et l'observateur converge asymptotiquement vers zéro, s'il existe des matrices symétriques et définies positives $P, Q \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et des matrices $K_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ ainsi qu'un scalaire positif γ tels que [HAM15]:

$$\begin{bmatrix} -Q + \gamma^2 I & P \\ P & -1 \end{bmatrix} \prec O \quad (2.19)$$

2.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à un rappel sur les différents types d'observateurs ainsi un rappel de quelques définitions relatives à la conception d'observateur d'état. Nous avons exposé aussi les observateurs basés sur la structure multi-modèles de Takagi-Sugeno.

3.1 Synthèse d'estimateur des systèmes représentés par les multi-modèles

Considérons un système non linéaire représenté sous la forme multi-modèle suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t))(A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ est le vecteur des entrées, $y(t) \in R^p$ représente le vecteur de sortie. $A_i \in R^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B_i \in R^{n \times m}$ est la matrice d'influence de l'entrée et $C \in R^{p \times n}$ représente la matrice de sortie ou d'observation. Enfin, les fonctions $\mu_i(x(t))$ représentent les fonctions d'activation qui dépendent de l'état $x(t)$, et qui ont les propriétés suivantes : [\[IMRM07\]](#)

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \mu_i(x(t)) = 1 \\ 0 \leq \mu_i(x(t)) \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (3.2)$$

3.1.1 Structure du multi-observateur

Le problème à résoudre est l'estimation du vecteur d'état $x(t)$ à partir des informations disponibles notamment l'entrée $u(t)$ et la sortie $y(t)$. La structure du multi-observateur

proposée est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{x}(t))(A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + G_i(y(t) - C \hat{x}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Les gains G_i doivent être déterminés de manière à assurer la convergence asymptotique vers zéro de l'erreur d'estimation d'état.[IMRM07]

A. Conditions de stabilité du multi-observateur

L'erreur d'estimation d'état s'écrit :

$$e = x - \hat{x} \quad (3.4)$$

La dynamique de cette erreur est obtenue en utilisant les équations 3.1, 3.3 et 3.4 :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N (A_i(\mu_i(x)x - \mu_i(\hat{x})\hat{x}) + B_i(\mu_i(x) - \mu_i(\hat{x}))u - \mu_i(\hat{x})G_i C(x - \hat{x})) \quad (3.5)$$

Si l'on ajoute et retranche au membre de droite de l'équation 3.8 $A_i \mu_i(\hat{x})e$ on obtient :

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^N (A_i \partial_i + B_i \Delta_i + \mu_i(\hat{x}) \overline{A_i} e) \quad (3.6)$$

avec:

$$\begin{cases} \partial_i = (\mu_i(x) - \mu_i(\hat{x}))x \\ \Delta_i = (\mu_i(x) - \mu_i(\hat{x}))u \\ \overline{A_i} = A_i - G_i C \end{cases} \quad (3.7)$$

Pour démontrer la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation d'état, considérons la fonction de *Lyapunov* suivante :

$$\dot{V}(e) = e^T P e \quad (3.8)$$

Sa dérivée par rapport au temps est :

$$\dot{V}(e) = \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} \quad (3.9)$$

Puis, en utilisant 3.6 :[IMRM07]

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) = & \sum_{i=1}^N (\partial_i^T A_i^T P e + e^T P A_i \partial_i + \Delta_i^T B_i^T P e \\ & + e^T P B_i \Delta_i + \mu_i(\hat{x})(e^T \overline{A_i}^T P e + e^T P \overline{A_i} e)) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Hypothèse : les fonctions d'activation sont lipschitziennes, alors :

$$|\mu_i(x) - \mu_i(\hat{x})| \leq M_i |x - \hat{x}| \quad (3.11)$$

M_i est un scalaire positif qui représente la constante de Lipschitz (on verra ultérieurement comment calculer cette constante).[IMRM07]

Ainsi des LMI par rapport à P et K_i :

$$A_i P + P A_i - C^T K_i^T - K_i C < Q \quad (3.12)$$

$$\begin{bmatrix} Q + \theta_i I & P A_i & P B_i \\ A_i^T P & -I & 0 \\ B_i^T P & 0 & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.13)$$

Avec:

$$\begin{cases} \theta_i = M_i^2 (\beta_1^2 + \beta_2^2) \\ K_i = P G_i \end{cases} \quad (3.14)$$

Exemple d'application: soit le système suivant:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (3.15)$$

avec:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -6 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 5 & -3 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & -4 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0.25 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

les conditions initiales sur l'état sont : $x_0 = (0.5 \ 0.5 \ 0.7)^T$

Les fonctions d'activation sont choisies sous la forme :

$$\begin{cases} \mu_1(x) = \frac{1 - \tanh(x_1)}{2} \\ \mu_2(x) = \frac{1 + \tanh(x_1)}{2} \end{cases} \quad (3.16)$$

et ne dépendent que de la première composante de l'état.

Les constantes de Lipschitz sont données par $M_1 = 1$ et $M_2 = 0.82$. elle est bornée par la valeur $\beta_2 = 2.5$. la simulation du système a permis de trouver la borne $\beta_1 = 2$ de l'état, mène aux matrices suivantes P, Q et G_i :

$$G_1 = \begin{bmatrix} 18.8167 & 21.4916 \\ 34.1196 & -76.6579 \\ 117.9115 & -51.7523 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} -47.8404 & 35.0076 \\ 77.6066 & -3.1803 \\ -52.4754 & 123.8236 \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.8649 & 0.3768 & 0.0749 \\ 0.3768 & 0.6471 & 0.0122 \\ 0.0749 & 0.0122 & 0.3025 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} -31.0586 & -0.8963 & -6.7161 \\ -0.8963 & -37.7059 & 0.7551 \\ -6.7161 & 0.7551 & -29.4049 \end{bmatrix}$$

Observateur robuste: Considérons à nouveau le système précédent avec les conditions initiales $x_0 = (2 - 2 - 1)^T$.

Les constantes de Lipschitz sont données par: $M_1 = 1981.89$, $M_2 = 1147.90$

$N_1 = 1168.60$, $N_2 = 1134.80$. ainsi les matrices P, Q et G_i :

$$G_1 = \begin{bmatrix} 3.0005 & 1.6992 \\ 3.0988 & -0.0300 \\ -1.0643 & -0.1991 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 3.0005 & 1.6992 \\ 3.0988 & -0.0300 \\ -1.0643 & -0.1991 \end{bmatrix}$$

$$P = 10^7 * \begin{bmatrix} 1.4828 & -0.2018 & 0.0764 \\ -0.2018 & 1.7657 & 0.1815 \\ 0.0764 & 0.1815 & 2.6945 \end{bmatrix}, Q = 10^8 * \begin{bmatrix} -2.5690 & 0.0471 & -0.0573 \\ 0.0471 & -2.5738 & -0.0684 \\ -0.0573 & -0.0684 & -2.5624 \end{bmatrix}$$

ainsi qu'aux scalaires $\lambda_1 = 190.32$, $\lambda_2 = 198.08$ et $\gamma = 170.32$ tels que:

$$A_0^T P + P A_0 - C^T k_i^T - K_i C < Q \quad (3.17)$$

$$\begin{bmatrix} Q + \lambda_1 M_i^2 I & P \bar{A}_i & P B_i & N_i \gamma I \\ \bar{A}_i^T P & -\lambda_1 I & 0 & 0 \\ B_i^T P & 0 & -\lambda_2 I & 0 \\ N_i \gamma I & 0 & 0 & -\lambda_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (3.18)$$

Avec: $\lambda_1, \lambda_2, \gamma \geq 0$

3.2 Résultats de simulation

Afin d'illustrer les performances de l'estimateur proposé dans la partie précédente, une simulation de l'exemple précédent a été réalisée à l'aide du logiciel Matlab/Simulink. Les figures (3.1 - 3.5) présentent les résultats de simulation de l'estimateur simple, en revanche les figures (3.6 - 3.10) présentent les résultats de simulation de l'estimateur robuste. Nous remarquons que la réponse des deux estimateurs est très satisfaisante avec une bonne dynamique de poursuite. En régime permanent, aucune erreur statique n'est à signaler (figure 3.2), et ça montre la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation vers zéro. Figure 3.7 montre que la dynamique de l'estimateur robuste est plus rapide que celle de l'estimateur simple. Nous pouvons aussi constater dans les figures (3.3) et (3.4) et (3.8) et (3.9) que les fonctions de pondérations sont toujours positives et se limitent entre zéro et un. La propriété de somme convexe est respectée d'après la figure (3.5) et (3.10).

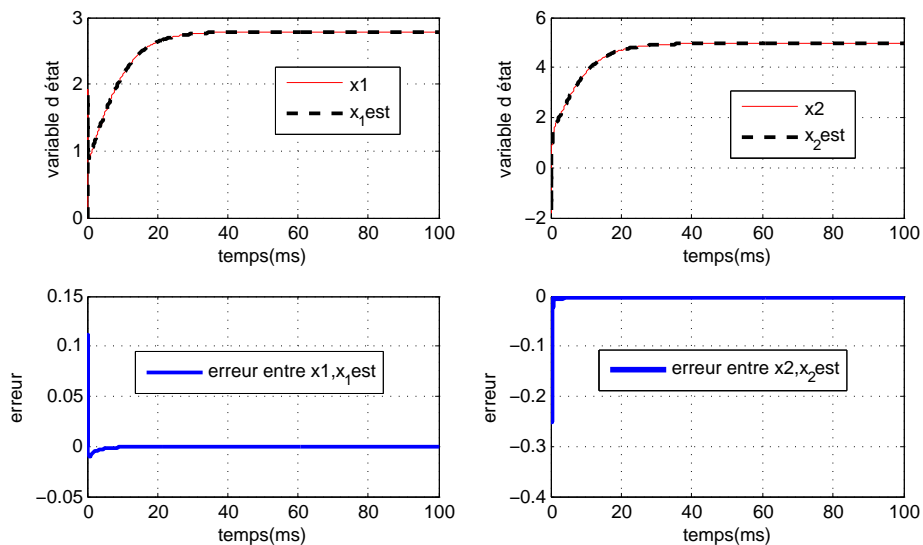


Fig 3.1: Représentation de l'observateur simple .

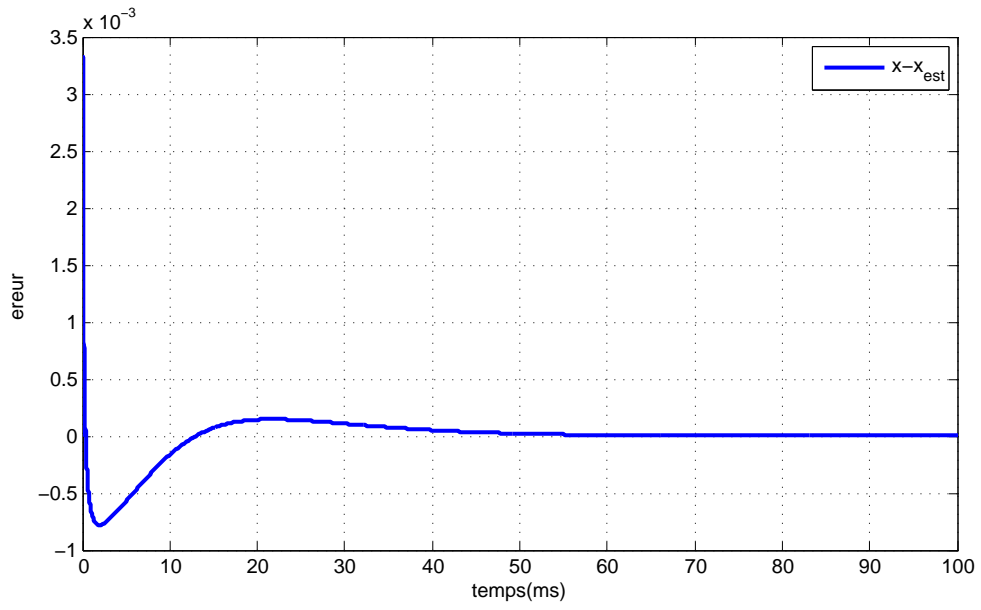


Fig 3.2: Erreur entre les variables d'état.

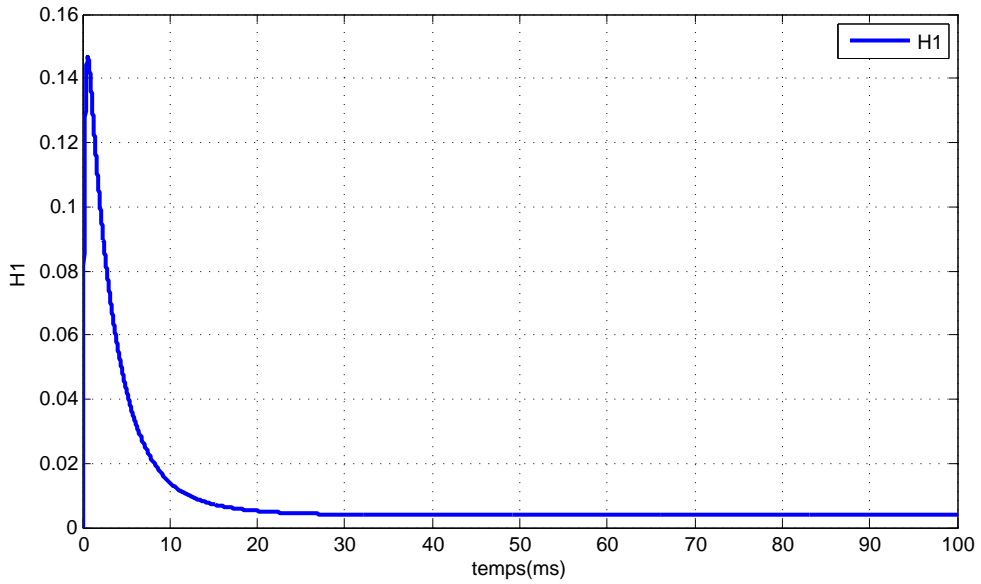


Fig 3.3: Evolution la fonction de pondération H1 dans le temps .

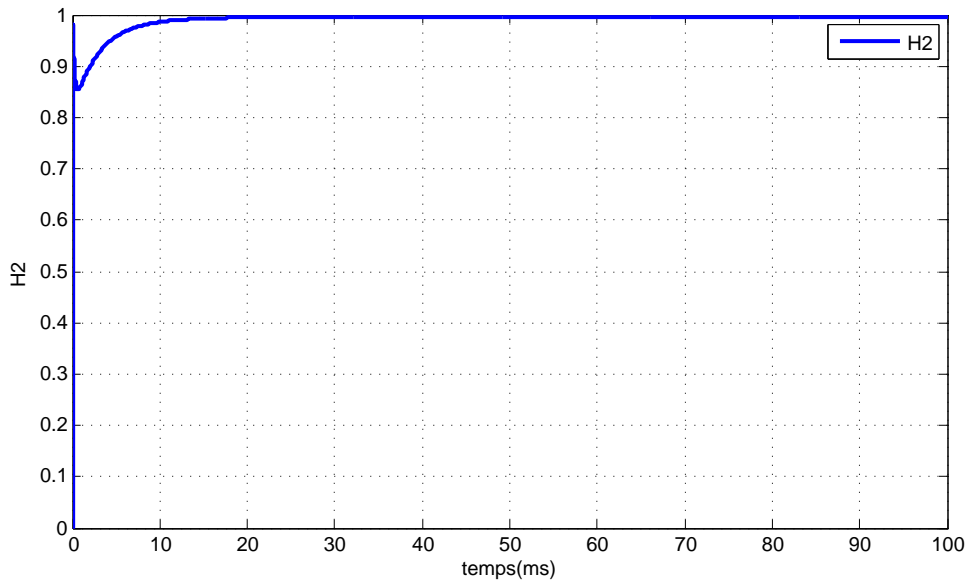


Fig 3.4: Evolution la fonction de pondération H2 dans le temps .

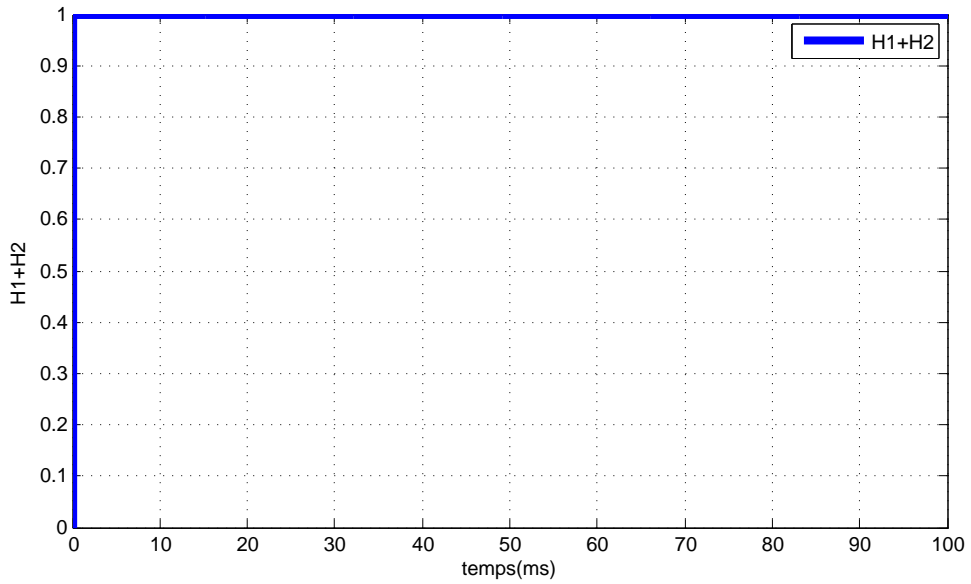


Fig 3.5: Evolution la somme des fonctions de pondération dans le temps .

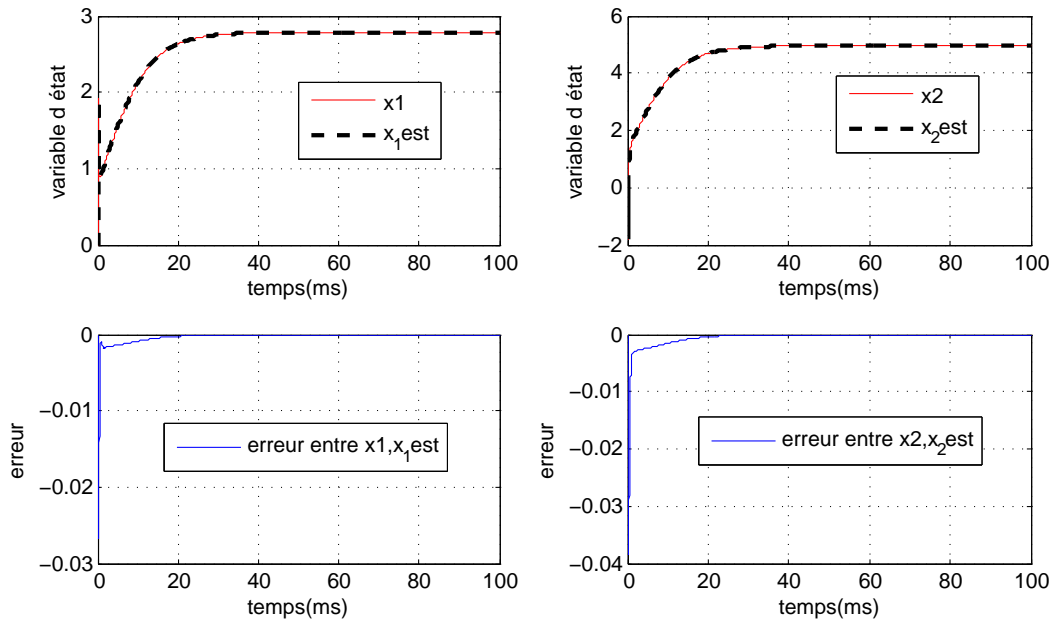


Fig 3.6: Représentation de l'observateur robuste.

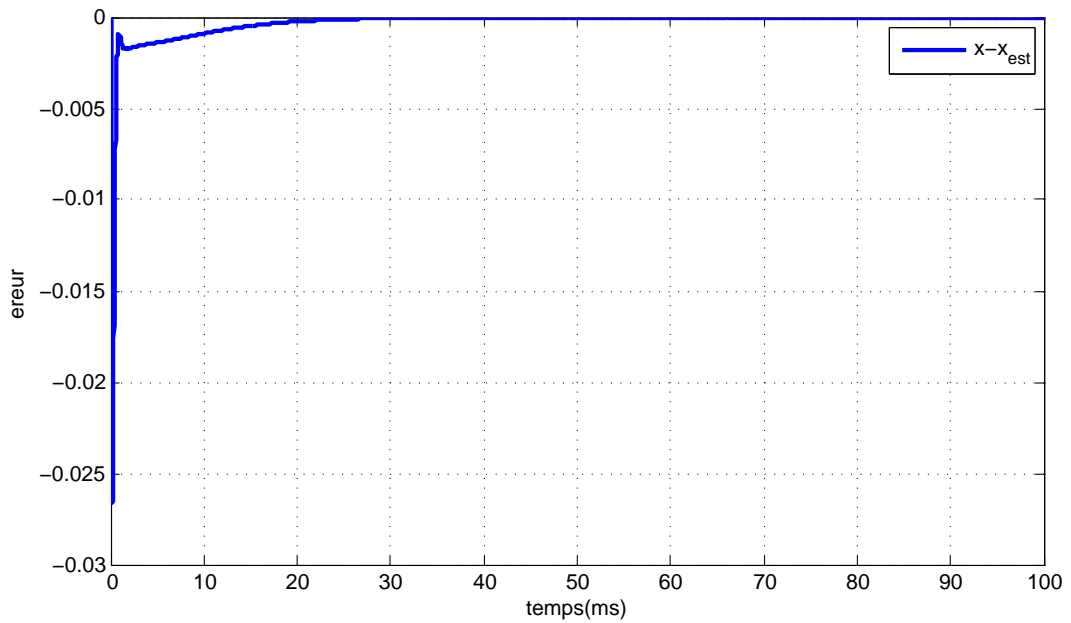


Fig 3.7: Erreur entre les variables d'état.

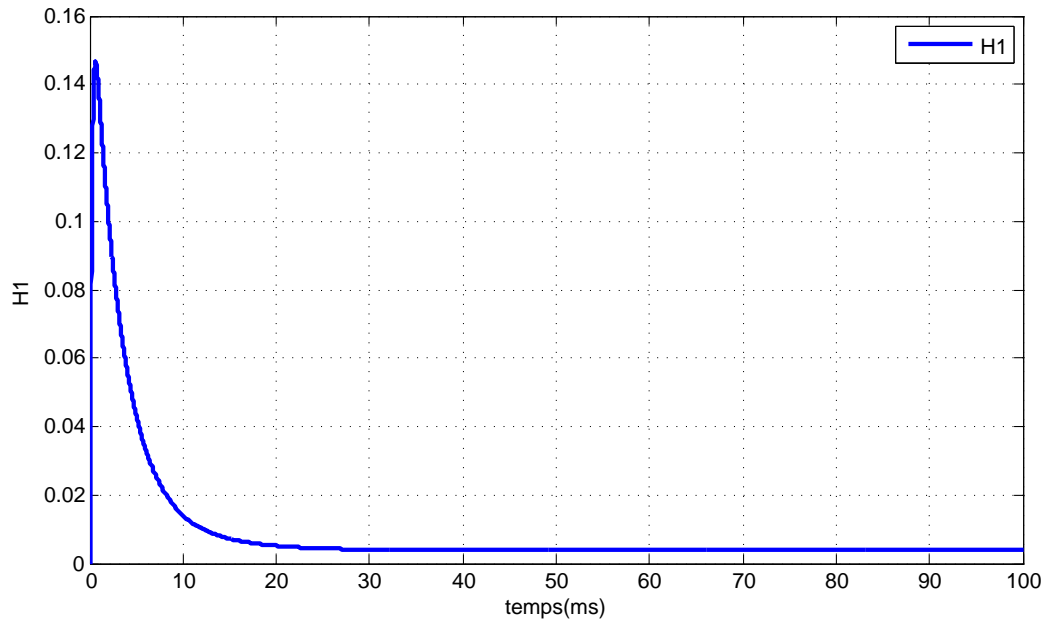


Fig 3.8: Evolution la fonction de pondération H1 dans le temps .

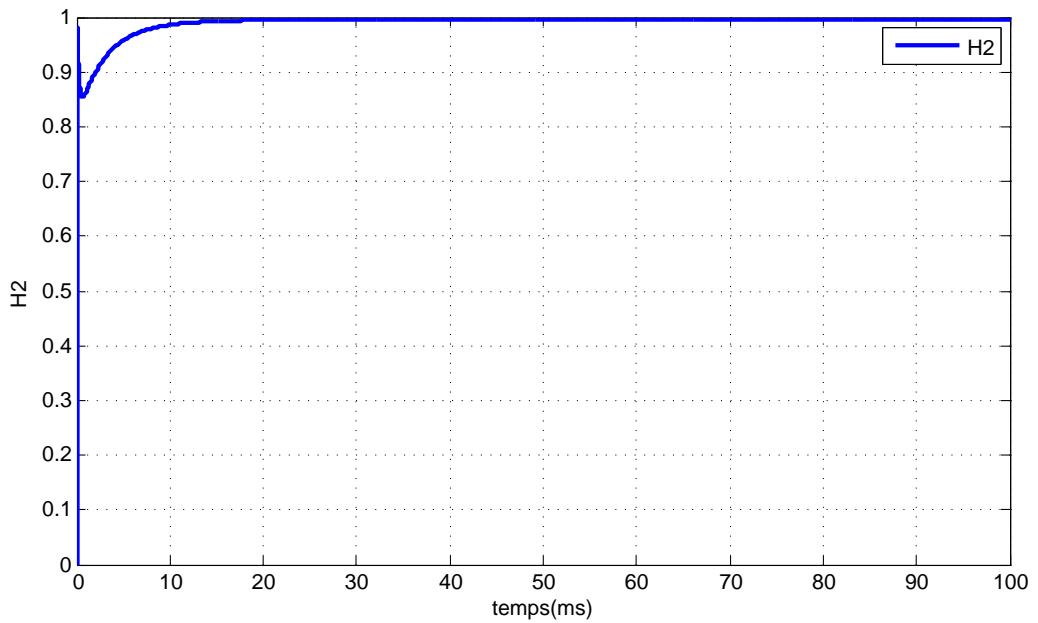


Fig 3.9: Evolution la fonction de pondération H2 dans le temps .

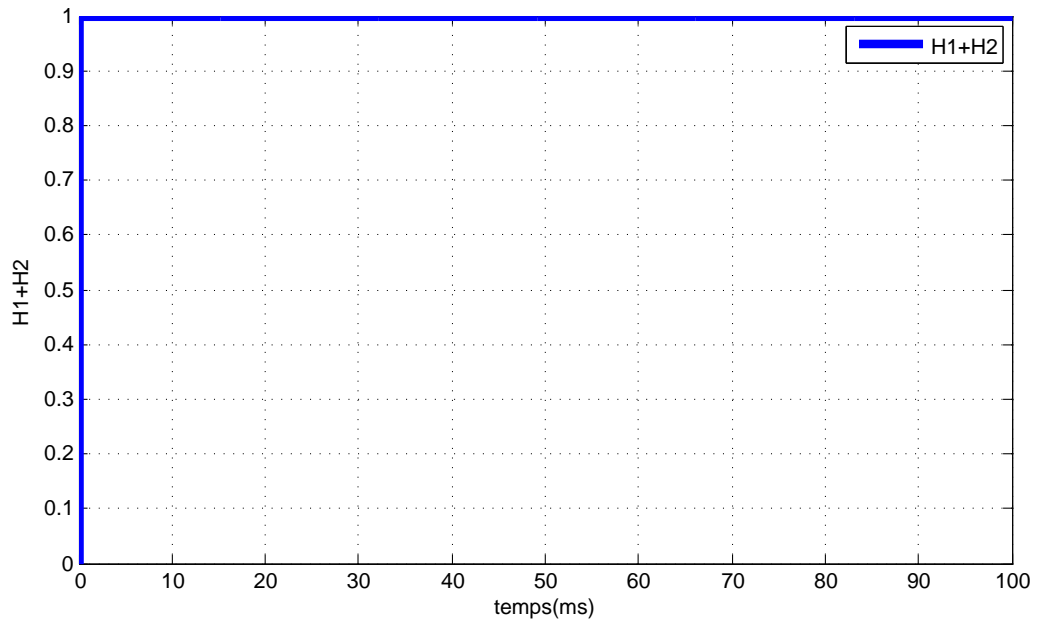


Fig 3.10: Evolution la somme des fonctions de pondération dans le temps .

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a traité le problème d'estimation des systèmes non linéaires représentés par les multi-modèles de Takagi-Sugeno. un exemple d'application a été simulé. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de la méthode proposé.

Les travaux effectués lors de ce mémoire sont focalisés sur l'application des techniques d'automatique avancées. Ces travaux apportent une contribution aux problèmes d'estimation d'état des systèmes non linéaires décrits par les multi-modèles de Takagi-Sugeno.

Tout d'abord, une représentation de l'approche multi-modèles, tel que les différentes structures, les méthodes d'obtention des MM, notamment l'approche des secteurs non linéaire où le système résultant est formé par des sous modèles inter-connectés par des fonctions de poids non linéaire. Notre contribution a été proposée dans le troisième chapitre de ce mémoire qui s'articule autour de la conception d'un estimateur robuste pour un système non linéaire. Les résultats de simulation obtenus, montrent une supériorité de la technique appliquée de point de vue erreur d'estimation et la dynamique de l'estimateur proposé comparés aux résultats dans la littérature.

Les problèmes évoqués dans ce mémoire de thèse ouvrent de nombreuses perspectives pour les futurs travaux:

- Construction d'un observateur à gain proportionnel multi-intégral permettant de prendre en compte des entrées inconnues.
- Conception d'un estimateur où la stabilité est traitée au moyen des fonctions non linéaire.
- Conception d'un contrôleur basé sur l'observateur conçu.

BIBLIOGRAPHY

- [Akh04] Abdelkader Akhenak. Conception d'observateurs non linéaires par approche multi-modèle: application au diagnostic. *Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine*, 16, 2004. (page 7).
- [Ang01] Georgo Z Angelis. System analysis, modelling and control with polytopic linear models. 2001. (page 6).
- [Ben09] Mohamed Benallouch. *Observation des systèmes non-linéaire à entrées inconnues: Application à la pile à combustible de type PEM*. PhD thesis, Strasbourg, 2009. (page 20).
- [BEN16] Idriss BENLALOUÏ. *Commande, Observation et Diagnostic d'un Système Non-linéaire: Application à la Machine Asynchrone en Présence de Défauts*. PhD thesis, Université de Batna 2, 2016. (page 24).
- [Bou08] Boulaïd Boulkroune. *Estimation de l'état des systèmes non linéaires à temps discret. Application à une station d'épuration*. PhD thesis, Université Henri Poincaré-Nancy I, 2008. (page 19).
- [HAM15] Mohamed Yacine HAMMOUDI. *Contribution à la commande et à l'observation dans l'association convertisseurs machine*. PhD thesis, Université Mohamed Khider-Biskra, 2015. (pages 6, 8, 11, 13, 19, 20, 21, 26).
- [Ich09] Dalil Ichalal. *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2009. (page 26).

- [IMRM07] Dalil Ichalal, Benoît Marx, José Ragot, and Didier Maquin. Conception de multi-observateurs à variables de décision non mesurables. In *2èmes Journées Doctorales/Journées Nationales MACS, JD-JN-MACS*, page CDROM. GdR MACS, 2007. (pages 27, 28, 29).
- [Jab11] Dalel Jabri. *Contribution à la synthèse de lois de commande pour les systèmes de type Takagi-Sugeno et/ou hybrides interconnectés*. PhD thesis, Reims, 2011. (pages 5, 6).
- [KIS10] Anca Maria NAGY KISS. *Analyse et synthèse de multimodeles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration*. PhD thesis, PhD thesis, Nancy-Université, INPL, 2010. (page 6).
- [MSJ97] Roderick Murray-Smith and T Johansen. *Multiple model approaches to non-linear modelling and control*. CRC press, 1997. (page 6).
- [Nag10] Anca Maria Nagy. *Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnostic. Application à une station d'épuration*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2010. (pages 17, 25).
- [Orj08] Rodolfo Orjuela. *Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2008. (pages 4, 11).
- [Oud08] Mohammed Oudghiri. *Commande multi-modèles tolérante aux défauts: Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. PhD thesis, Université de Picardie Jules Verne, 2008. (page 12).
- [Son81] Eduardo Sontag. Nonlinear regulation: The piecewise linear approach. *IEEE Transactions on automatic control*, 26(2):346–358, 1981. (page 6).
- [TS85] T Tagaki and M Sugeno. Fuzzy identification of systems and its application to modelling and control. *IEEE Trans. Syst. Man and Cybernetics*, 15(1):116–132, 1985. (page 6).
- [TW04] Kazuo Tanaka and Hua O Wang. *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004. (page 6).

- [Zem07] Ali Zemouche. *Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires*. PhD thesis, Université Louis Pasteur-Strasbourg I, 2007. (pages [19](#), [20](#), [21](#)).